ESTIT, Année 2000-2001 jeudi 09 novembre 2000
AI4

Devoir Surveillé
REGULATION ANALOGIQUE

Durée : 1 h 30 min, sans document, calculatrice non programmable autorisée.

Exercice 1 : (4 points)

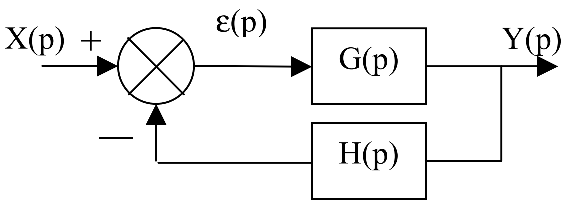
Résoudre l'équation différentielle suivante en utilisant la transformée de Laplace.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5.\frac{dy(t)}{dt} + 6.y(t) = 6, \quad \text{avec } y(0) = 2, \ y'(0) = 2$$

Données : $L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = p.F(p) - f(0^+)$ $\qquad L\left[e^{a.t}\right] = \frac{1}{p-a}$

Exercice 2 : (2 points)

Soit l'asservissement d'un système donné par la figure ci-dessous:



1. Donner l'expression de la fonction de transfert du système : Y(p) / X(p)
2. Donner l'expression de la fonction de transfert de l'erreur : ε(p) / X(p)

Exercice 3 : (3 points)

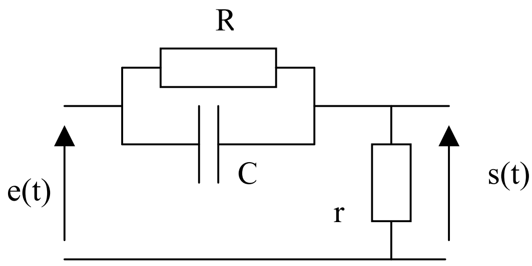
Soit un système H dont la fonction de transfert est la suivante :

$$H(p) = \frac{k}{1 + a.p + b.p^2}$$

Donner l'allure de la réponse indicielle suivant que H possède 2 pôles réels, un pôle réel double ou deux pôles complexes conjugués. On suppose ici que les paramètres a et b sont réels non nuls et que le paramètre k soit réel strictement positif.

Exercice 4 : (8 points)

Soit le montage électrique ci-dessous comprenant une résistance R en parallèle sur une capacité C et une résistance r.



1. Donner la fonction de transfert H(p) en Laplace de ce système d'entrée e(t) et de sortie s(t).
2. Donner l'expression du gain statique, l'ordre et la classe du système.

On suppose ici que r = R = 1 kΩ et C = 200 µF.

3. Mettre H(p) sous la forme suivante et donner les valeurs de a, b et k :

$$H(p) = k\frac{1 + a.p}{1 + b.p}$$

4. Donner la valeur du gain statique du système.
5. Donner l'expression de la réponse indicielle du système.
6. Tracer l'allure de la réponse indicielle du système.
7. Donner l'expression du gain dynamique (en dB) et de la phase du système.
8. Tracer l'allure du gain et de la phase dans la plan de Bode.

On réalise le bouclage à retour unitaire de ce système.

9. Donner l'expression de la fonction de transfert du système bouclé.
10. Donner l'ordre du système.
11. Donner le gain statique du système

Données : L'impédance complexe d'une capacité C est : $Z_c = \dfrac{1}{C.p}$

Exercice 5 : (3 points)

1. Quand peut-on dire qu'un système est stable ?
2. Qu'est-ce qu'un système précis ?
3. Qu'est-ce que la rapidité d'un système ?
4. Qu'est-ce qu'un système linéaire ?
5. Enoncer les méthodes permettant de caractériser la stabilité d'un système.

Annexe : Table de transformées de Laplace usuelles (page suivante) :

Table des transformées de Laplace usuelles

f(t)	***F(p)***	***f(t)***	***F(p)***
$a.U(t)$	$\dfrac{a}{p}$	$f(t)=\dfrac{\omega_0.e^{-z.\omega_0.t}}{\sqrt{1-z^2}}\sin\left[\left(\omega_0\sqrt{1-z^2}\right)t\right]$	$F(p)=\dfrac{1}{1+2.z.\dfrac{p}{\omega_0}+\left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$
t	$\dfrac{1}{p^2}$		
$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\dfrac{1}{p^n}$		
$\delta(t)$	1		
$e^{-a.t}$	$\dfrac{1}{p+a}$	$f(t)=1-\dfrac{e^{-z.\omega_0.t}}{\sqrt{1-z^2}}\sin\left[\left(\omega_0\sqrt{1-z^2}\right)t-\varphi\right]$ avec $\varphi=\arctan\left(\dfrac{\sqrt{1-z^2}}{-z}\right)$	$F(p)=\dfrac{1}{p.\left[1+2.z.\dfrac{p}{\omega_0}+\left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2\right]}$ avec $z<1$
$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\dfrac{1}{p.(1+\tau.p)}$		
$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}\dfrac{e^{-t/\tau}}{\tau^n}$	$\dfrac{1}{(1+\tau.p)^n}$		
$1-\left(1+\dfrac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}$	$\dfrac{1}{p.(1+\tau.p)^2}$		
$t-\tau+\tau.e^{-t/\tau}$	$\dfrac{1}{p^2.(1+\tau.p)}$		
$1+\left(\dfrac{a}{\tau}-1\right)e^{-t/\tau}$	$\dfrac{1+a.p}{p.(1+\tau.p)}$		
$\sin(\omega.t)$	$\dfrac{\omega}{\omega^2+p^2}$	$e^{-at}\sin(\omega.t)$	$\dfrac{\omega}{\omega^2+(p+a)^2}$
$\cos(\omega.t)$	$\dfrac{p}{\omega^2+p^2}$	$e^{-at}\cos(\omega.t)$	$\dfrac{p+a}{\omega^2+(p+a)^2}$
$\dfrac{1}{a-b}\left[e^{-t/a}-e^{-t/b}\right]$	$\dfrac{1}{(1+a.p).(1+b.p)}$	$1-\cos(\omega.t)$	$\dfrac{1}{p.\left(1+\dfrac{p^2}{\omega^2}\right)}$
$1+\dfrac{1}{b-a}\left[a.e^{-t/a}-b.e^{-t/b}\right]$	$\dfrac{1}{p.(1+a.p).(1+b.p)}$		
$1+\left(\dfrac{a-\tau}{\tau^2}.t-1\right)e^{-t/\tau}$	$\dfrac{1+a.p}{p.(1+\tau.p)^2}$		
$t+(a-\tau).(1-e^{-t/\tau})$	$\dfrac{1+a.p}{p^2.(1+\tau.p)}$		
$e^{-a.t}.\sin(\omega.t)$	$\dfrac{\omega}{\omega^2+(p+a)^2}$		
$e^{-a.t}.\cos(\omega.t)$	$\dfrac{p+a}{\omega^2+(p+a)^2}$		